**PhÇn II: HÌNH HỌC**

**A. Kiến thức cần nhớ.**

**1. Hệ thức lượng trong tam giác vuông.**

b2 = ab' c2 = ac'

h2 = b'c'

ah = bc

a2 = b2 + c2



**2. Tỉ số lượng giác của góc nhọn**.

0 < sinα < 1 0 < cossα < 1

  sin2α + cos2α = 1

tgα.cotgα = 1  

**3. Hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông.**



b = asinB = acosC

b = ctgB = ccotgC

c = a sinC = acosB

c = btgC = bcotg B

**4. Đường tròn.**

***- Cách xác định***: Qua ba điểm không thẳng hàng ta vẽ được một và chỉ một đường tròn.

***- Tâm đối xứng, trục đối xứng*** : Đường tròn có một tâm đối xứng; có vô số trục đối xứng.

***- Quan hệ vuông góc giữa đường kính và dây.***

Trong một đường tròn

+ Đường kính vuông góc với một dây thì đi qua trung điểm của dây ấy

+ Đường kính đi qua trung điểm của một dây không đi qua tâm thì vuông góc với dây ấy.

***- Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây***:

Trong một đường tròn:

+ Hai dây bằng nhau thì cách đều tâm

+ Hai dây cách đều tâm thì bằng nhau

+ Dây nào lớn hơn thì dây đó gần tâm hơn

+ Dây nào gần tâm hơn thì dây đó lớn hơn

***- Liên hệ giữa cung và dây:***

Trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

+ Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau

+ Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau

+ Cung lớn hơn căng dây lớn hơn

+ Dây lớn hơn căng cung lớn hơn.

***- Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vị trí tương đối | Số điểm chung | Hệ thức liên hệ giữa d và R |
| - Đường thẳng và đường tròn cắt nhau | 2 | d < R |
| - Đường thẳng và đường tròn tiếp xúc nhau | 1 | d = R |
| - Đường thẳng và đường tròn không giao nhau | 0 | d > R |

- ***Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn:***

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Vị trí tương đối | Số điểm chung | Hệ thức liên hệ giữa d và R |
| - Hai đường tròn cắt nhau | 2 | R - r < OO' < R + r |
| - Hai đường tròn tiếp xúc nhau  + Tiếp xúc ngoài  + Tiếp xúc trong | 1 | OO' = R + r  OO' = R - r |
| - Hai đường tròn không giao nhau  + (O) và (O') ở ngoài nhau  + (O) đựng (O')  + (O) và (O') đồng tâm | 0 | OO' > R + r    OO' < R - r  OO' = 0 |

**5. Tiếp tuyến của đường tròn**

***- Tính chất của tiếp tuyến***: Tiếp tuyến vuông góc với bán kính đi qua tiếp điểm.

***- Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến:***

+ Đường thẳng và đường tròn chỉ có một điểm chung

+ Khoảng cách từ tâm của đường tròn đến đường thẳng bằng bán kính

 + Đường thẳng đi qua một điểm của đường tròn và vuông góc với bán kính đi qua điểm đó.

***- Tính chất của 2 tiếp tuyến cắt nhau***

MA, MB là hai tiếp tuyến cắt nhau thì:

+ MA = MB

+ MO là phân giác của góc AMB

+ OM là phân giác của góc AOB

***- Tiếp tuyến chung của hai đường tròn: là đường thẳng tiếp xúc với cả hai đường tròn đó:***

|  |  |
| --- | --- |
| Tiếp tuyến chung ngoài | Tiếp tuyến chung trong |
|  |  |

**6. Góc với đường tròn**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Loại góc** | **Hình vẽ** | **Công thức tính số đo** |
| 1. Góc ở tâm |  |  |
| 2. Góc nội tiếp |  |  |
| 3. Góc tạo bởi tia tiếp tuyến  và dây cung. |  |  |
| 4. Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn |  |  |
| 5. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn |  |  |

**☞ Chú ý:** Trong một đường tròn

- Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau

- Các góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau

- Các góc nội tiếp chắn các cung bằng nhau thì bằng nhau

- Góc nội tiếp nhỏ hơn hoặc bằng 900 có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

- Góc nội tiếp chắn nửa đường tròn là góc vuông và ngược lại góc vuông nội tiếp thì chắn nửa đường tròn.

- Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung và góc nội tiếp cùng chắn một cung thì bằng nhau.

**7. Độ dài đường tròn - Độ dài cung tròn.**

- Độ dài đường tròn bán kính R: C = 2πR = πd

- Độ dài cung tròn n0 bán kính R : 

**8. Diện tích hình tròn - Diện tích hình quạt tròn**

- Diện tích hình tròn: S = πR2

- Diện tích hình quạt tròn bán kính R, cong n0: 

**9. Các loại đường tròn**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Đường tròn ngoại tiếp tam giác** | **Đường tròn nội tiếp**  **tam giác** | **Đường tròn bàng tiếp**  **tam giác** |
| Tâm đường tròn là giao của ba đường trung trực của tam giác | Tâm đường tròn là giao của ba đường phân giác trong của tam giác | Tâm của đường tròn bàng tiếp trong góc A là giao điểm của hai đường phân giác các góc ngoài tại B hoặc C hoặc là giao điểm của đường phân giác góc A và đường phân giác ngoài tại B (hoặc C) |

**10. Các loại hình không gian.**

r: bán kính

Trong đó

h: chiều cao

***a. Hình trụ.***

- Diện tích xung quanh: Sxq = 2πrh

- Diện tích toàn phần: Stp = 2πr (r + h)

- Thể tích hình trụ: V = Sh = πr2h

***b. Hình nón:***

r: bán kính

Trong đó l: đường sinh

h: chiều cao

- Diện tích xung quanh: Sxq = πrl

- Diện tích toàn phần: Stp = πrl + πr2

- Thể tích hình trụ: V = 

r1: bán kính dáy lớn

r2: bán kính đáy nhỏ

Trong đó l: đường sinh

h: chiều cao

***c. Hình nón cụt:***

- Diện tích xung quanh: Sxq = π(r1 + r2)l

- Diện tích toàn phần: Stp = Sxq+ S2đáy

= π(r1 + r2)l +π +π

- Thể tích: V = 

***d. Hình cầu.***

R: bán kính

Trong đó

d: đường kính

- Diện tích mặt cầu: S = 4πR2 = πd2

- Thể tích hình cầu: V = =

**11. Tứ giác nội tiếp:**

**☞** Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

- Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 1800

- Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện

- Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm.

- Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α.

**B. CÁC DẠNG BÀI TẬP**

**Dạng 1: Chứng minh hai góc bằng nhau.**

**☞ *Cách chứng minh:***

- Chứng minh hai góc cùng bằng góc thứ ba

- Chứng minh hai góc bằng với hai góc bằng nhau khác

- Hai góc bằng tổng hoặc hiệu của hai góc theo thứ tự đôi một bằng nhau

- Hai góc cùng phụ (hoặc cùng bù) với góc thứ ba

- Hai góc cùng nhọn hoặc cùng tù có các cạnh đôi một song song hoặc vuông góc

- Hai góc ó le trong, so le ngoài hoặc đồng vị

- Hai góc ở vị trí đối đỉnh

- Hai góc của cùng mộ tam giác cân hoặc đều

- Hai góc tương ứng của hai tam giác bằng nhau hoặc đồng dạng

- Hai góc nội tiếp cùng chắn một cung hoặc chắn hai cung bằng nhau.

**Dạng 2: Chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau**

**☞ *Cách chứng minh:***

- Chứng minh hai đoạn thẳng cùng bằng đoạn thứ ba

- Hai cạnh của mmột tam giác cân hoặc tam giác đều

- Hai cạnh tương ứng của hai tam giác bằng nhau

- Hai cạnh đối của hình bình hành (chữ nhật, hình thoi, hình vuông)

- Hai cạnh bên của hình thang cân

- Hai dây trương hai cung bằng nhau trong một đường tròn hoặc hai đường bằng nhau.

**Dạng 3: Chứng minh hai đường thẳng song song**

**☞ *Cách chứng minh:***

- Chứng minh hai đường thẳng cùng song song với đường thẳng thứ ba

- Chứng minh hai đường thẳng cùng vuông góc với đường thẳng thứ ba

- Chứng minh chúng cùng tạo với một cát tuyến hai góc bằng nhau:

+ ở vị trí so le trong

+ ở vị trí so le ngoài

+ ở vị trí đồng vị.

- Là hai dây chắn giữa chúng hai cung bằng nhau trong một đường tròn

- Chúng là hai cạnh đối của một hình bình hành

**Dạng 4: Chứng minh hai đường thẳng vuông góc**

**☞ *Cách chứng minh:***

- Chúng song song song song với hai đường thẳng vuông góc khác.

- Chứng minh chúng là chân đường cao trong một tam giác.

- Đường kính đi qua trung điểm dây và dây.

- Chúng là phân giác của hai góc kề bù nhau.

**Dạng 5: Chứng minh ba đường thẳng đồng quy.**

**☞ *Cách chứng minh:***

- Chứng minh chúng là ba đường cao, ba trung tuyến, ba trung trực, ba phân giác trong (hoặc một phân giác trong và phân giác ngoài của hai góc kia)

- Vận dụng định lí đảo của định lí Talet.

**Dạng 6: Chứng minh hai tam giác bằng nhau**

**☞ *Cách chứng minh:***

***­*\* Hai tam giác thường:**

- Trường hợp góc - cạnh - góc (g-c-g)

- Trường hợp cạnh - góc - cạnh (c-g-c)

- Trường hợp cạnh - cạnh - cạnh (c-c-c)

**\* Hai tam giác vuông:**

- Có cạnh huyền và một góc nhọn bằng nhau

- Có cạnh huyền bằng nhau và một cạnh góc vuông bằng nhau

- Cạnh góc vuông đôi một bằng nhau

**Dạng 7: Chứng minh hai tam giác đồng dạng**

**☞ *Cách chứng minh:***

***­*\* Hai tam giác thường:**

- Có hai góc bằng nhau đôi một

- Có một góc bằng nhau xen giữa hai cạnh tương ứng tỷ lệ

- Có ba cạnh tương ứng tỷ lệ

**\* Hai tam giác vuông:**

- Có một góc nhọn bằng nhau

- Có hai cạnh góc vuông tương ứng tỷ lệ

**Dạng 8: Chứng minh đẳng thức hình học**

**☞ *Cách chứng minh:***

Giả sử phải chứng minh đẳng thức: MA.MB = MC.MD (\*)

- Chứng minh: ΔMAC ~ ΔMDB hoặc ΔMAD ~ ΔMCB

- Nếu 5 điểm M, A, B, C, D cúng nằm trên một đường thẳng thì phải chứng minh các tích trên cùng bằng tích thứ ba:

MA.MB = ME.MF

MC.MD = ME.MF

Tức là ta chứng minh: ΔMAE ~ ΔMFB

ΔMCE ~ ΔMFD

→ MA.MB = MC.MD

**\*** Trường hợp đặc biệt: MT2 = MA.MB ta chứng minh ΔMTA ~ ΔMBT

**Dạng 9: Chứng minh tứ giác nội tiếp**

**☞ *Cách chứng minh:***

Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

- Tứ giác có tổng hai góc đối bằng 1800

- Tứ giác có góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện

- Tứ giác có 4 đỉnh cách đều một điểm.

- Tứ giác có hai đỉnh kề nhau cùng nhìn cạnh chứa hai đỉnh còn lại dưới một góc α.

**Dạng 10: Chứng minh MT là tiếp tuyến của đường tròn (O;R)**

**☞ *Cách chứng minh:***

- Chứng minh OT ⊥ MT tại T ∈ (O;R)

- Chứng minh khoảng cách từ tâm O đến đường thẳng MT bằng bán kính

- Dùng góc nội tiếp.

**Dạng 11: Các bài toán tính toán độ dài cạnh, độ lớn góc:**

**☞ *Cách tính:***

- Dựa vào hệ thức lượng trong tam giác vuông.

- Dựa vào tỷ số lượng giác

- Dựa vào hệ thức giữa cạnh và góc trong tam giác vuông

- Dựa vào công thức tính độ dài, diện tích, thể tích...

**Vấn đề 1 : Định nghĩa và sự xác định đường tròn.**

1. Tập hợp các điểm cách O cho trước một khoảng R không đổi gọi là đường tròn tâm O bán kính R. Kí hiệu: (O; R).

2. Để xác định được đường tròn ta có các cách sau:

* 1. Biết tâm O và bán kính R.
  2. Biết 3 điểm không thẳng hàng nằm trên đường tròn.

3. Cho (O; R) và điểm M. Khi đó có các khả năng sau:

* 1. Nếu MO > R thì M nằm ngoài đường tròn (O; R).
  2. Nếu MO=R thì M nằm trên đường tròn (O;R). Kí hiệu: M ∈ (O; R).
  3. Nếu MO < R thì M nằm trong đường tròn (O; R).

4. Dây cung là đoạn thẳng nối hai điểm trên đường tròn. Đường kính là dây cung qua tâm. Vậy đường kính là dây cung lớn nhất trong một đường tròn.

5. Muốn c/m các điểm cùng nằm trên (O; R) ta chỉ ra khoảng cách từ mỗi điểm đến O đều là R. Các cách khác sau này xét sau.

6. Đường tròn qua hai điểm A và B có tâm nằm trên trung trực của AB.

7. Đường tròn ngoại tiếp tam giác vuông có tâm là trung điểm cạnh huyền.

**Vấn đề 2: Tính chất đối xứng xủa đường tròn.**

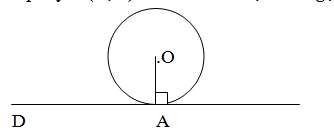
1. Đường tròn là hình có một tâm đối xứng là tâm đường tròn đó.
2. Đường tròn có vô số trục đối xứng là mỗi đường kính của nó.
3. Đường kính vuông góc dây cung thì đi qua trung điểm và ngược lại.
4. Hai dây cung bằng nhau khi và chỉ khi chúng cách đều tâm.
5. Dây cung nào gần tâm hơn thì dài hơn và ngược lại.
6. Vận dụng các tính chất trên ta có thể tính độ dài các đoạn và c/m các tính chất cũng như so sánh các đoạn thẳng dựa vào đường tròn.

**Vấn đề 3: Vị trí tương đối giữa đường thẳng và đường tròn.**

1. Khoảng cách từ 1 điểm đến đường thẳng là độ dài đường vuông góc từ điểm đó đến đường thẳng.
2. Cho đường tròn (O; R) và đường thẳng d khi đó có các trường hợp sau:
   1. Nếu d(O;d) = OH > R thì đường thẳng và đường tròn không có điểm chung. Ta nói đường thẳng và đường tròn ngoài nhau hoặc không cắt nhau.
   2. Nếu d(O; d) = OH = R khi đó đường thẳng và đường tròn có một điểm chung duy nhất chính là H. Khi đó ta nói đườngthẳng tiếp xúc đường tròn (đường thẳng này gọi là tiếp tuyến của (O)).
   3. Nếu d(O; d) = OH < R thì đường thẳng d cắt đường tròn (O; R) tại hai điểm phân biệt A và B. Đường thẳng này gọi là cát tuyến với (O; R).
3. Vậy muốn xác định vị trí của đường thẳng d và đường tròn ta cần tìm bán kính R và khoảng cách d(O; d) rồi so sánh và kết luận.

**Vấn đề 4: Tiếp tuyến của đường tròn**

1. Cho (O; R) tiếp tuyến của (O; R) là một đường thẳng tiếp xúc với (O; R).
2. Vậy d là tiếp tuyến (O; R) <=> d ⊥ OA tại A. A gọi là tiếp điểm.



1. Nói cách khác : d là tiếp tuyến của (O; R) <=> d(O; d) =R.
2. Ta có tính chất: từ một điểm M nằm ngoài (O; R) ta kẽ được hai tiếp tuyến đến (O; R) tại hai tiếp điểm A và B khi đó MA=MB.
3. Từ một điểm A trên (O; R) ta kẽ được một tiếp tuyến duy nhất, đó là đường thẳng qua A và vuông góc bán kính OA.
4. Từ hai điểm A và B trên (O) kẽ hai tiếp tuyến cắt nhau tại M thì MA= MB.



1. Ngoài ra ta còn có : MO là phân giác của góc AOB và OM là phân giác góc AOB.
2. Phương pháp vẽ tiếp tuyến với (O) từ một điểm nằm ngoài (O).
   1. Ta nối OM.
   2. Vẽ ( I; OM/2) cắt (O) tại hai điểm A và B.
   3. Nối MA và MB được hai tiếp tuyến.

**Vấn đề 5: Vị trí tương đối của hai đường tròn.**

1. Cho hai đường tròn (O; R) và (O’; R’) khi đó dựa vào khoảng cách OO’ và R; R’ ta có các khả năng sau:
2. Nếu OO’ = R-R’ với R > R’ thì hai đường tròn này tiếp xúc trong.
3. Nếu OO’ = R +R’ thì hai đường tròn có một điểm chung và điểm này là giao điểm của OO’ và hai đường tròn. Ta gọi hai đường tròn tiếp xúc ngoài.
4. Nếu OO’ < R+R’ thì hai đường tròn này cắt nhau tại hai điểm. Hai điểm này nhận OO’ làm trung trực.
5. Nếu OO’ > R+R’ thì hai đường tròn không cắt nhau và ngoài nhau.
6. OO’ < R-R’ thì hai đường tròn đựng nhau. (O; R) chứa (O’; R’) hay (O’; R) chứa trong (O; R).
7. Hai đường tròn đồng tâm là hai đường tròn có cùng tâm.
8. Nếu có hai đường tròn thì tiếp tuyến chung của chúng và đường nối tâm OO’ đồng quy.
   * Nếu đồng quy bên trong đoạn OO’ thì gọi là tiếp tuyến chung trong.
   * Nếu đồng quy bên ngoài đoạn OO’ thì gọi là tiếp tuyến chung ngoài.
   * Điếm đồng quy này chia OO’ theo tỉ lệ bằng tỉ lệ hai bán kính.

**Vấn đề 6: đường tròn ngoại tiếp- nội tiếp và bàng tiếp tam giác… đa giác**

1. Cho tam giác ABC, đường tròn đi qua 3 đỉnh A; B và C của tam giác gọi là đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.
2. Tâm của đường tròn ngoại tiếp là điểm cách đều 3 đỉnh nên là giao điểm của ba đường trung trực của ba cạnh tam giác.
3. Đường tròn tiếp xúc với cả ba cạnh của tam giác ABC gọi là đường tròn nội tiếp tam giác.
4. Tâm của đường tròn nội tiếp là điểm cách đều 3 cạnh nên nó là giao điểm của ba đường phân giác.
5. Đường tròn tiếp xúc với 1 cạnh BC và phần kéo dài của hai cạnh kia (AB và AC) gọi là đường tròn bàng tiếp trong góc A.
6. Vậy đường tròn bàng tiếẩmtong góc A có tâm là giao điểm phân giác trong góc A và hai phân giác ngoài tại B và C.
7. Một tam giác có ba đường tròn bàng tiếp.
8. Tam giác nội tiếp đường tròn thì đường tròn này gọi là ngoại tiếp tam giác.
9. Tam giác ngoại tiếp đường tròn thì đường tròn ngoại tiếp tam giác.

**Vấn đề 7: Góc ở tâm- số đo độ của cung—so sánh cung**

1. Góc ở tâm là góc có đỉnh là tâm của đường tròn.
2. Góc này cắt đường tròn tại A và B khi đó cung AB là cung bị chắn của góc ở tâm AOB.
3. Ta có tính chất: số đo cung bị chắn bằng số đo của góc ở tâm chắn cung đó.
4. So sánh cung: cung nào lớn hơn thì có số đo cũng lớn hơn và ngược lại.
5. Cung nào có góc ở tâm lớn hơn thì lớn hơn và ngược lại.

**Vấn đề 8: Liên hệ giữa cung và dây**

1. Cho (O) cung AB là đường cong chạy từ A đến B theo đường tròn. Còn dây (dây cung) là đoạn thẳng AB.
2. Ta chú ý với hai điểm A và B trên (O) luôn tạo ra hai cung lớn và cung nhỏ. Sau đây ta chỉ xét cung nhỏ.
3. Hai dây cung bằng nhau <=> hai cung bằng nhau.
4. Dây lớn hơn <=> cung lớn hơn.

**Vấn đề 9: Góc nội tiếp**

1. Góc nội tiếp của (O) là góc có đỉnh nằm trên đường tròn (O) và hai cạnh cắt (O) tại hai điểm phân biệt.
2. Để có góc nội tiếp thường ta có ba điểm nằm trên đương tròn.
3. Số đo góc nội tiếp chắn cung bằng ½ số đo góc ở tâm cùng chắn cung đó. Chú ý là cùng một cung.
4. Góc nội tiếp có số đo bằng ½ số đo cung bị chắn.
5. Cùng một cung có thể có nhiều góc nội tiếp thì các góc này đều bằng nhau.
6. Đặc biệt góc nội tiếp chắn nửa đường tròn thì là góc vuông 900.
7. Các cung bằng nhau thì góc nội tiếp chắn cung đó cũng bằng nhau và ngược lại.
8. Cung nào lớn hơn thì góc nội tiếp chắn cung đó cũng lớn hơn.

**Vấn đề 10: Góc tạo bỡi tiếp tuyến và dây cung**

1. Góc tạo bới một tiếp tuyến tại tiếp điểm A và dây cung AX gọi là góc tạo bỡi tiếp tuyến và dây cung.
2. Số đo của góc này bằng ½ số đo góc ở tâm chắn cung AX.
3. Số đo của góc này bằng ½ số đo cung AX.
4. Số đo góc này cũng bằng số đo một góc nội tiếp bất kỳ chắn cung đó.

**Vấn đề 11: Góc có đỉnh bên trong – bên ngoài đường tròn.**

1. Cho (O) và M trong (O) khi đó có hai đường thẳng cùng qua M tạo thành góc. Góc này là góc bên trong đường tròn. Hai đường thẳng này cắt đường tròn tạo thành các cung.
2. Khi đó số đo góc ở trong đường tròn bằng tổng số đo hai cung này chia hai.

.

3. Cho (O) và M ngoài (O) khi đó góc mà các cạnh của nó luôn tiếp xúc hoặc cắt (O) gọi là góc ngoài đường tròn (O) tại M. Khi đó góc này cũng cắt đường tròn tao thành hai cung; một cung lớn và một cung nhỏ.

4. Số đo góc ngoài bằng sđ cung lớn – cung nhỏ sau đó chia hai.







**Vấn đề 12: Cung chứa góc.**

1. Cho đoạn thẳng AB cố định khi đó quỹ tích các điểm M sao cho: α cho trước là một cung. Cung này được gọi là cung chứa góc α độ nhận AB làm dây.
2. Cho một dây AB và α độ khi đó ta có hai cung chứa góc α độ nhận AB làm dây và hai cung này đối xứng qua AB.
3. Cách vẽ cung chứa góc α độ nhận AB làm dây như sau:
   1. Có AB: tại A vẽ tia At tạo AB góc α.
   2. Tại A vẽ tia Ax ⊥ At cắt trung trực AB tại O.
   3. Vẽ cung tròn (O; OA) ở phía chứa O.
   4. Khi đó cung này chính là cung chứa góc α nhận AB làm dây.
   5. Ta lấy O’ đối xứng O qua AB và vẽ cung tròn (O’; O’A) ta được cung thứ hai.

**Vấn đề 13: Tứ giác nội tiếp.**

1. Tứ giác nội tiếp là tứ giác có 4 đỉnh nằm trên một đường tròn.
2. Tứ giác ABCD nội tiếp đồng nghĩa 4 điểm A; B; C và D cùng nằm trên 1 đường tròn.
3. Tứ giác nội tiếp đường tròn thì đường tròn gọi là ngoại tiếp tứ giác đó.
4. Tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác là giao điểm ba đường trung trực của ba cạnh tứ giác đó.
5. Cho tứ giác ABCD nội tiếp (O; R) khi đó OA= OB= OC = OD =R.
6. Chú ý: O có thể nằm ngoài tứ giác; cũng có thể nằm trong hoặc nằm trên một cạnh chứ không phải lúc nào cũng nằm trong.
7. Cho ABCD là tứ giác nội tiếp thì A+C= B+D = 1800.
8. Ngược lại tứ giác ABCD có A+C =1800 hoặc B+D=1800 thì ABCD nội tiếp.
9. Để c/m tứ giác ABCD nội tiếp ta có các cách sau:

Chỉ ra A+C =1800.

Chỉ ra B+D=1800.

Chỉ ra bốn điểm A; B;C và D cùng thuộc một đường tròn nào đó cụ thể.

Chỉ ra các góc nội tiếp tại A và B cùng nhìn CD 1 góc bằng nhau.

**Vấn đề 14: đa giác đều ngoại tiếp--nội tiếp đường tròn.**

1. Đa giác đều là đa giác có tất cả các cạnh và góc đều bằng nhau.
2. Đa giác nội tiếp (O) là đa giác có các đỉnh cùng nằm trên (O). Khi đó đường tròn gọi là ngoại tiếp đa giác.
3. Đa giác ngoại tiếp (O) là đa giác có các cạnh cùng tiếp xúc (O). Khi đó (O) gọi là ngoại tiếp đa giác.
4. Mỗi đa giác đều bất kỳ có một đường tròn ngoại tiếp và 1 đường tròn nôị tiếp và hai đường này đồng tâm. Tâm này là giao điểm hai đường trung trực của hai cạnh hoặc là hai đường phân giác của hai góc.
5. Bán kính đường tròn ngoại tiếp đa giác là khoảng cách từ tâm đến đỉnh: OA=..
6. Bán kính đường tròn nội tiếp đa giác là khoảng cách từ tâm O đến 1 cạnh. Khoảng cách này gọi là trung đoạn của đa giác.
7. Cho n giác đều cạnh a khi đó:
   1. Chu vi của đa giác: 2p= na với p là nửa chu vi (tên thường dùng).
   2. Mỗi góc có số đo: A=B=…=.
   3. Bán kính đường tròn ngoại tiếp: R=.(dùng tỉ số lượng giác).
   4. Bán kính đường tròn nội tiếp r=.
   5. Ta có: R2-r2 = a2/4.
   6. Diện tích đa giác đều: S= n/2.a.r.

**Vấn đề 15: Độ dài đường tròn--diện tích hình tròn.**

1. Đường tròn chỉ là đường biên ngoài còn hình tròn là cả phần trong và biên.
2. Cho (O; R) khi đó độ dài đường tròn chính là chu vi của đường tròn: C=∏ 2R.
3. Nếu cho cung n0 trên (O; R) thì độ dài cung là: . Vì cả đường tròn 3600 dài 2∏ R nên 10 dài  sau đó ta nhân lên.
4. Diện tích của(O; R) là : S= ∏ R2.
5. Trên (O; R) cho cung AB có số đo n0 khi đó hình quạt OAB có diện tích:

Squạt OAB = .= lab.R/2.

1. Hình viên phân là ta lấy phần quạt rồi bỏ đi tam giác OAB là được viên phân : tính diện tích viên phân lấy Sh.quạt- Stgiac OAB.
2. Hình xuyến là hình tạo ra khi có hai đường tròn đồng tâm (O; R) và (O; r) với R > r. Bằng cách lấy đường tròn lớn và bỏ đi đường tròn nhỏ. Phần ở giữa là hình xuyến.

Vậy: Sxuyến = Stron lớn- Stròn nhỏ = ∏( R2-r2).

1. ∏ =3.14… nhưng thường dùng là ∏=3.14.

**Vấn đề 16: Phương pháp chứng minh ba điểm thẳng hàng.**

1. Ta có thể chỉ ra ba điểm tạo thành góc bẹt (1800).
2. Vận dụng tính chất các đường đồng quy.
3. C/m hai tia AB và AC trùng nhau theo tiên đề Ơclit(cùng song song 1 đường).
4. Chỉ ra 3 điểm cùng nằm trên 1 đường nào đó.
5. Có thể chỉ ra AB+BC=AC.

**Vấn đề 17: Phương pháp chứng minh hai đoạn thẳng bằng nhau**

1. Dùng hai tam giác bằng nhau.
2. Dùng tính chất của tam giác; hình thang cân; hình bình hành;…..
3. Sử dụng tính chất của đường chéo các hình. Tính chất đường trung bình.
4. Sử dụng tính chất bắc cầu.

**Vấn đề 18: Phương pháp chứng minh hai đường thẳng vuông góc.**

1. Hai đường thẳng vuông góc là hai đường thẳng cắt nhau và trong các góc tạo thành có 1 góc vuông 900.
2. Cho điểm O và d khi đó có duy nhất một đường thẳng qua O và ⊥ d.
3. Cho a//b khi đó nếu c ⊥ a thì c ⊥ b.
4. Ngoài ra ta còn dùng các tính chất khác như xem hai đường thẳng là hai cạnh của tam giác vuông. Xét các tính chấtấtm giác cân; tam giác vuông; hình thoi, hình chữ nhật;….. Để chứng minhhai đường thẳng vuông góc.

**Vấn đề 19: Chứng minh hai đường thẳng song song.**

1. Hai đường thẳng song song là hai đường thẳng không có điểm chung( không làm được gì).
2. Hai đường thẳng song song khi có đường thẳng cắt qua và tạo các cặp:
   1. So le trong bằng nhau.
   2. Đồng vị bằng nhau.
   3. Các góc trong cùng phía đồng vị.
3. Hai đường thẳng cùng vuông góc đường thứ ba thì song song.
4. Hai cạnh đối của hình bình hành thì song song.
5. Tính chất dường trung bình tam giác và hình thang.
6. Các tính chất của các hình khác như hình hộp chữ nhật…..
7. Tính chất bắc cầu: chỉ ra a//b và b//c thì a//c.

**Vấn đề 20: Chứng minh các đường thẳng đồng quy**

1. Các đường thẳng đồng quy là các đường thẳng đó cùng đi qua một điểm.
2. Ta có thể chỉ ra một điểm O nào đó và c/m các đường thẳng cùng đi qua nó.
3. Ta gọi O là giao điểm hai đường thẳng và chỉ ra đường còn lại cũng qua nó.
4. Ta dùng tính chất các đường chéo hình bình hành; hình chữ nhật để chỉ ra các đường cùng đi qua trung điểm cạnh nào đó.
5. Vận dụng tính chất các đường đồng quy trong tam giác..
6. Ta vận dụng định lí Talet đảo về các đoạn song song.

**Vấn đề 21: Chứng minh hệ thức hình học**

1. Tức là ta phải đi c/m một đẳng thức đúng từ các dữ kiện đề bài cho.
2. Ta thường dùng các công thức của tam giác vuông nếu trong bài xuất hiện góc vuông. (xem phần trước).
3. Ta dùng phương pháp hai tam giác đồng dạng để c/m tỉ số bằng nhau và từ tỉ số này ta suy ra đẳng thức cần c/m.
4. Chú ý là có thể sử dụng tính chất bắc cầu trong nhiều tam giác đồng dạng.
5. Vận dụng công thức diện tích và phân tích một hình thành nhiều tam giác và cộng diện tích lại.
6. Sử dụng tam giác bằng nhau để chuyển cạnh khi cần thiết.
7. Dùng các tính chất của đường trung bình ,HBH; đoạn chắn bỡi các đường thẳng //…

**Vấn đề 22: Chứng minh tứ giác nội tiếp.**

Để c/m tứ giác ABCD nội tiếp ta có các cách sau:

+ Chỉ ra A+C =1800.

+ Chỉ ra B+D=1800.

+ Chỉ ra bốn điểm A; B;C và D cùng thuộc một đường tròn nào đó cụ thể.

+ Chỉ ra các góc nội tiếp tại A và B cùng nhìn CD 1 góc bằng nhau.

**Vấn đề 23: Tính góc.**

1. Để tính góc ta dùng các tính chất về góc đối đỉnh; góc kề bù; góc phụ nhau.
2. Các tính chất về góc của tam giác; góc trong và góc ngoài.
3. Vận dụng tính chất tổng các góc tam giác; tứ giác.
4. Vận dụng tính chất phân giác; phân giác trong và phân giác ngoài vuông góc.
5. Vạn dụng tính chất của góc nội tiếp.
6. Vận dụng tính chất các tam giác đồng dạng.
7. Các tính chất về góc và hai đường thẳng song song.
8. Các tính chất của hình thang; hình thang cân; hình bình hành; hình thoi;…

**Ñeå chöùng minh ñaúng thöùc löôïng giaùc AB (>,) ta coù theå thöïc hieän theo moät trong caùc phöông phaùp sau:**

**Phöông phaùp 1**: Bieán ñoåi baát ñaúng thöùc caàn chöùng minh ñeán ñeán moät baát ñaúng thöùc hieån nhieân ñuùng

**Phöông phaùp 2**: Söû duïng caùc baát ñaúng thöùc cô baûn ñaõ bieát (Coâ si, BCS,...) ñeå suy ra baát ñaúng thöùc caàn chöùng minh

**II. DiÖn tÝch c¸c h×nh:**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| a  b | a | | | h  a  h  a | |  | |
|  | |  | | |  | |  |
| h  a | | | F  E  b  h  a | | | | |
| h  a | | | d1  d2 | | | | |